

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Сложность вычислений: дополнительные главы
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Анализ данных в экономике Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра дискретной математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 15 час.

Всего часов: 45, всего зач. ед.: 1

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: Д.В. Мусатов, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 05.03.2020

## Аннотация

Полугодовой кафедральный курс продолжает основной курс сложности вычислений. Большая часть курса посвящена системам интерактивных доказательств, но есть и другие темы. Курс закладывает основу для дальнейших спецкурсов по криптографии, вероятно проверяемым доказательствам, рациональным интерактивным доказательствам, сложности задач поиска и др.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

освоение дополнительных глав сложных вычислений.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в области сложных вычислений;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в области сложных вычислений;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в области сложных вычислений.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории сложных вычислений;
- современные проблемы соответствующих разделов сложных вычислений;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач сложных вычислений.

уметь:

понять поставленную задачу;  
 использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ЭК;  
 оценивать корректность постановок задач;  
 строго доказывать или опровергать утверждение;  
 самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;  
 самостоятельно видеть следствия полученных результатов;  
 точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);  
 навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;  
 культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ЭК;  
 предметным языком сложных вычислений и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	NP-трудные и NP-полные задачи	2	2		
2	Вероятностно проверяемые доказательства	2	3		
3	Измерение зоны работы алгоритма.	4	4		
4	Классы L, NL и coNL.	3	2		
5	Модели вычислений	4	4		15
Итого часов		15	15		15
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		45 час., 1 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

###### 1. NP-трудные и NP-полные задачи

Измерение времени работы алгоритма и используемой памяти.

###### 2. Вероятностно проверяемые доказательства

Различные подходы к изменению сложности в среднем.

###### 3. Измерение зоны работы алгоритма.

Класс PSPACE.

4. Классы L, NL и coNL.

NL-полнота.  $NL = coNL$ .

5. Модели вычислений

Одноленточные и многоленточные машины Тьюринга

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Стандартная учебная аудитория.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

1. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. Н. Кузюрин, С. А. Фомин ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : Изд-во МФТИ, 2007 .— 312 с.
2. Введение в сложность вычислений [Текст] / В. Н. Крупский - М.Факториал Пресс,2006
3. Сложность вычислений и алгоритмов [Текст], сб. переводов/под ред. В. А. Козмидиади, А. Н. Маслова, Н. В. Петри, -М., Мир, 1974

### Дополнительная литература

1. Вычислительная математика и структура алгоритмов [Текст] : 10 лекций о том, почему трудно решать задачи на вычислительных системах параллельной архитектуры и что надо знать дополнительно, чтобы успешно преодолевать эти трудности : учебник для вузов / В. В. Воеводин ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова .— 2-е изд., стереотип. — М. : Изд-во Моск. ун-та, 2010 .— 168 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://dm.fizteh.ru/>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладная математика и информатика  
**профиль подготовки:** Анализ данных в экономике  
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики  
кафедра дискретной математики  
**курс:** 3  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** Д.В. Мусатов, ассистент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-5 Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе, математические методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Сложность вычислений: дополнительные главы» обучающийся должен:

### знать:

фундаментальные понятия, законы, теории сложных вычислений;  
современные проблемы соответствующих разделов сложных вычислений;  
понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;  
основные свойства соответствующих математических объектов;  
аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач сложных вычислений.

### уметь:

понять поставленную задачу;  
использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач ЭК;  
оценивать корректность постановок задач;  
строго доказывать или опровергать утверждение;  
самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;  
самостоятельно видеть следствия полученных результатов;  
точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

### владеть:

навыками освоения большого объема информации и решения задач ( в том числе, сложных);  
навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;  
культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов ЭК;  
предметным языком сложных вычислений и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры задач из домашнего задания

Постройте систему интерактивных доказательств для языка.

Постройте систему интерактивных доказательств с общими случайными битами для языка.

Для некоторой головоломки предложите протокол доказательства существования решения с вычислительно нулевым разглашением, не использующий сводимость к какой-либо другой задаче.

Докажите, что для некоторого  $\rho$  решение некоторой оптимизационной задачи с точностью  $\rho$  является NP-трудным.

Примеры задач из первой части контрольной

Докажите, что аналог класса AM, где Артур никогда не принимает слово не из языка, совпадает с NP.

Дайте определение класса PZK.

Докажите, что  $PCP(\log n, 1) \subset NP$ .

Примеры задач из второй части контрольной

Постройте систему интерактивных доказательств для языка.

Для некоторой головоломки предложите протокол доказательства существования решения с вычислительно нулевым разглашением, не использующий сводимость к какой-либо другой задаче.

Докажите, что для некоторого  $\rho$  решение некоторой оптимизационной задачи с точностью  $\rho$  является NP-трудным.

Докажите, что если  $SAT \in PCP(\sqrt{(\log n)}, 1)$ , то  $P = NP$ .

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Модели вычислений: одноленточные и многоленточные машины Тьюринга. Тезис Тьюринга в сильной форме.

2. Измерение времени работы алгоритма. Класс P и примеры задач из него.

3. Класс NP: два определения и их эквивалентность. Класс coNP.

Полиномиальная сводимость по Карпу и её свойства.

NP-трудные и NP-полные задачи.

Теоремы об иерархии.

4. Теорема Ладнера о существовании NP-промежуточных задач.

Измерение зоны работы алгоритма. Класс PSPACE.

Теорема Сэвича.

PSPACE-полные задачи.

5. Классы L, NL и coNL. NL-полнота.  $NL = coNL$ .

6. Вероятностные алгоритмы. Классы BPP и RP.

Вероятностные алгоритмы проверки простоты.

Интерактивные доказательства и класс IP.

7. Интерактивные доказательства с общими случайными битами и класс AM.

8.  $IP = PSPACE$ .

9. Основные понятия криптографии: односторонние функции и псевдослучайные генераторы.

10. Доказательства с нулевым разглашением.

11. Приближённое нахождение оптимума: полиномиальные алгоритмы для отдельных задач и PCP-теорема.

12. Введение в теорию колмогоровской сложности.

13. Введение в теорию квантовых вычислений.

#### Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений

- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета, обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.